Математичка логика у рачунарству 2008/2009, трећи колоквијум *16. март 2009.*

1. Нека је A контрадикција, B ваљана формула и променљива x није слободна у формули C. Показати да је формула $\big(A \vee \exists x(C \Rightarrow D)\big) \Rightarrow \big(B \wedge (C \Rightarrow \exists x D)\big)$ ваљана.

2. Наћи трочлани контрамодел за формулу: $\forall x \exists y \big(p(f(x,y),c) \Rightarrow p(c, f(x,y))\big)$.

3. Користећи метод таблоа показати да је формула $H \wedge K \Rightarrow L$ ваљана:
$$\begin{aligned} H &= \exists x\big(\neg p(x, f(x,a)) \wedge p(f(a,x), f(x,b))\big), \\ K &= \forall x\big(p(f(a,x), f(x,b)) \Rightarrow p(f(b,x), x)\big), \\ L &= \exists x\big(p(f(b,x), x) \wedge \neg p(x, f(x,a))\big). \end{aligned}$$

4. Користећи метод резолуције показати да је формула $H \wedge K \Rightarrow L$ ваљана:
$$\begin{aligned} H &= \forall x\big(\forall y\, p(x,y) \Rightarrow \neg p(a,y)\big), \\ K &= \forall x\big(\exists y\, q(y,x) \Rightarrow p(a,x)\big) \wedge \exists x \exists y\, q(x,y), \\ L &= \exists x\big(\exists y\, q(y,x) \wedge \exists y\, \neg p(x,y)\big). \end{aligned}$$

Математичка логика у рачунарству 2008/2009, трећи колоквијум *16. март 2009.*

1. Нека је A контрадикција, B ваљана формула и променљива x није слободна у формули C. Показати да је формула $\big(A \vee \exists x(C \Rightarrow D)\big) \Rightarrow \big(B \wedge (C \Rightarrow \exists x D)\big)$ ваљана.

2. Наћи трочлани контрамодел за формулу: $\forall x \exists y \big(p(f(x,y),c) \Rightarrow p(c, f(x,y))\big)$.

3. Користећи метод таблоа показати да је формула $H \wedge K \Rightarrow L$ ваљана:
$$\begin{aligned} H &= \exists x\big(\neg p(x, f(x,a)) \wedge p(f(a,x), f(x,b))\big), \\ K &= \forall x\big(p(f(a,x), f(x,b)) \Rightarrow p(f(b,x), x)\big), \\ L &= \exists x\big(p(f(b,x), x) \wedge \neg p(x, f(x,a))\big). \end{aligned}$$

4. Користећи метод резолуције показати да је формула $H \wedge K \Rightarrow L$ ваљана:
$$\begin{aligned} H &= \forall x\big(\forall y\, p(x,y) \Rightarrow \neg p(a,y)\big), \\ K &= \forall x\big(\exists y\, q(y,x) \Rightarrow p(a,x)\big) \wedge \exists x \exists y\, q(x,y), \\ L &= \exists x\big(\exists y\, q(y,x) \wedge \exists y\, \neg p(x,y)\big). \end{aligned}$$

Математичка логика у рачунарству 2008/2009, трећи колоквијум *16. март 2009.*

1. Нека је A контрадикција, B ваљана формула и променљива x није слободна у формули C. Показати да је формула $\big(A \vee \exists x(C \Rightarrow D)\big) \Rightarrow \big(B \wedge (C \Rightarrow \exists x D)\big)$ ваљана.

2. Наћи трочлани контрамодел за формулу: $\forall x \exists y \big(p(f(x,y),c) \Rightarrow p(c, f(x,y))\big)$.

3. Користећи метод таблоа показати да је формула $H \wedge K \Rightarrow L$ ваљана:
$$\begin{aligned} H &= \exists x\big(\neg p(x, f(x,a)) \wedge p(f(a,x), f(x,b))\big), \\ K &= \forall x\big(p(f(a,x), f(x,b)) \Rightarrow p(f(b,x), x)\big), \\ L &= \exists x\big(p(f(b,x), x) \wedge \neg p(x, f(x,a))\big). \end{aligned}$$

4. Користећи метод резолуције показати да је формула $H \wedge K \Rightarrow L$ ваљана:
$$\begin{aligned} H &= \forall x\big(\forall y\, p(x,y) \Rightarrow \neg p(a,y)\big), \\ K &= \forall x\big(\exists y\, q(y,x) \Rightarrow p(a,x)\big) \wedge \exists x \exists y\, q(x,y), \\ L &= \exists x\big(\exists y\, q(y,x) \wedge \exists y\, \neg p(x,y)\big). \end{aligned}$$

Математичка логика у рачунарству 2008/2009, трећи колоквијум *16. март 2009.*

1. Нека је A контрадикција, B ваљана формула и променљива x није слободна у формули C. Показати да је формула $\big(A \vee \exists x(C \Rightarrow D)\big) \Rightarrow \big(B \wedge (C \Rightarrow \exists x D)\big)$ ваљана.

2. Наћи трочлани контрамодел за формулу: $\forall x \exists y \big(p(f(x,y),c) \Rightarrow p(c, f(x,y))\big)$.

3. Користећи метод таблоа показати да је формула $H \wedge K \Rightarrow L$ ваљана:
$$\begin{aligned} H &= \exists x\big(\neg p(x, f(x,a)) \wedge p(f(a,x), f(x,b))\big), \\ K &= \forall x\big(p(f(a,x), f(x,b)) \Rightarrow p(f(b,x), x)\big), \\ L &= \exists x\big(p(f(b,x), x) \wedge \neg p(x, f(x,a))\big). \end{aligned}$$

4. Користећи метод резолуције показати да је формула $H \wedge K \Rightarrow L$ ваљана:
$$\begin{aligned} H &= \forall x\big(\forall y\, p(x,y) \Rightarrow \neg p(a,y)\big), \\ K &= \forall x\big(\exists y\, q(y,x) \Rightarrow p(a,x)\big) \wedge \exists x \exists y\, q(x,y), \\ L &= \exists x\big(\exists y\, q(y,x) \wedge \exists y\, \neg p(x,y)\big). \end{aligned}$$

Математичка логика у рачунарству 2008/2009, трећи колоквијум *16. март 2009.*

1. Нека је A контрадикција, B ваљана формула и променљива x није слободна у формули C. Показати да је формула $\big(A \vee \exists x(C \Rightarrow D)\big) \Rightarrow \big(B \wedge (C \Rightarrow \exists x D)\big)$ ваљана.

2. Наћи трочлани контрамодел за формулу: $\forall x \exists y \big(p(f(x,y),c) \Rightarrow p(c, f(x,y))\big)$.

3. Користећи метод таблоа показати да је формула $H \wedge K \Rightarrow L$ ваљана:
$$\begin{aligned} H &= \exists x\big(\neg p(x, f(x,a)) \wedge p(f(a,x), f(x,b))\big), \\ K &= \forall x\big(p(f(a,x), f(x,b)) \Rightarrow p(f(b,x), x)\big), \\ L &= \exists x\big(p(f(b,x), x) \wedge \neg p(x, f(x,a))\big). \end{aligned}$$

4. Користећи метод резолуције показати да је формула $H \wedge K \Rightarrow L$ ваљана:
$$\begin{aligned} H &= \forall x\big(\forall y\, p(x,y) \Rightarrow \neg p(a,y)\big), \\ K &= \forall x\big(\exists y\, q(y,x) \Rightarrow p(a,x)\big) \wedge \exists x \exists y\, q(x,y), \\ L &= \exists x\big(\exists y\, q(y,x) \wedge \exists y\, \neg p(x,y)\big). \end{aligned}$$