Математичка логика у рачунарству, Децембар 2011. *17. децембар 2011.*

1. Нека је $\mathbb{B}$ Булова алгебра и $a, b \in \mathbb{B}$. Доказати да су следећа три тврђења еквивалентна.
   а) $a = b$;
   б) за неко $x_0 \in \mathbb{B}$ важи: $x_0 \wedge a = x_0 \wedge b$ и $x_0 \vee a = x_0 \vee b$;
   в) за свако $x \in \mathbb{B}$ важи: $x \wedge a = x \wedge b$ и $x' \wedge a = x' \wedge b$.
2. Доказати: $A \Rightarrow B \vee C, B \Rightarrow D, C \Rightarrow D \vdash A \Rightarrow D$.
3. Доказати да је формула: $\forall x\,(p(x) \Rightarrow (q(x) \vee \exists y\, r(x,y))) \wedge \neg\exists x\, q(x) \Rightarrow (\exists x\, p(x) \Rightarrow \exists x\, \exists y\, r(x,y))$ ваљана
   а) методом резолуције;
   б) методом таблоа.
4. Нека је дата формула: $\varphi = \forall y p(a,y) \vee (p(x,y) \Rightarrow \forall z p(h(x,z), h(y,z)))$. Дат је модел $\mathbb{M} = (\mathbb{Z}, I^{\mathcal{L}})$ језика $\mathcal{L}$ формуле φ: $a^{\mathbb{M}} = 0$, $p^{\mathbb{M}} =$ ” $\leq$ ” и $h^{\mathbb{M}}(x,y) = x \cdot y$. Доказати да $\mathbb{M} \not\models \varphi$.

Математичка логика у рачунарству, Децембар 2011. *17. децембар 2011.*

1. Нека је $\mathbb{B}$ Булова алгебра и $a, b \in \mathbb{B}$. Доказати да су следећа три тврђења еквивалентна.
   а) $a = b$;
   б) за неко $x_0 \in \mathbb{B}$ важи: $x_0 \wedge a = x_0 \wedge b$ и $x_0 \vee a = x_0 \vee b$;
   в) за свако $x \in \mathbb{B}$ важи: $x \wedge a = x \wedge b$ и $x' \wedge a = x' \wedge b$.
2. Доказати: $A \Rightarrow B \vee C, B \Rightarrow D, C \Rightarrow D \vdash A \Rightarrow D$.
3. Доказати да је формула: $\forall x\,(p(x) \Rightarrow (q(x) \vee \exists y\, r(x,y))) \wedge \neg\exists x\, q(x) \Rightarrow (\exists x\, p(x) \Rightarrow \exists x\, \exists y\, r(x,y))$ ваљана
   а) методом резолуције;
   б) методом таблоа.
4. Нека је дата формула: $\varphi = \forall y p(a,y) \vee (p(x,y) \Rightarrow \forall z p(h(x,z), h(y,z)))$. Дат је модел $\mathbb{M} = (\mathbb{Z}, I^{\mathcal{L}})$ језика $\mathcal{L}$ формуле φ: $a^{\mathbb{M}} = 0$, $p^{\mathbb{M}} =$ ” $\leq$ ” и $h^{\mathbb{M}}(x,y) = x \cdot y$. Доказати да $\mathbb{M} \not\models \varphi$.

Математичка логика у рачунарству, Децембар 2011. *17. децембар 2011.*

1. Нека је $\mathbb{B}$ Булова алгебра и $a, b \in \mathbb{B}$. Доказати да су следећа три тврђења еквивалентна.
   а) $a = b$;
   б) за неко $x_0 \in \mathbb{B}$ важи: $x_0 \wedge a = x_0 \wedge b$ и $x_0 \vee a = x_0 \vee b$;
   в) за свако $x \in \mathbb{B}$ важи: $x \wedge a = x \wedge b$ и $x' \wedge a = x' \wedge b$.
2. Доказати: $A \Rightarrow B \vee C, B \Rightarrow D, C \Rightarrow D \vdash A \Rightarrow D$.
3. Доказати да је формула: $\forall x\,(p(x) \Rightarrow (q(x) \vee \exists y\, r(x,y))) \wedge \neg\exists x\, q(x) \Rightarrow (\exists x\, p(x) \Rightarrow \exists x\, \exists y\, r(x,y))$ ваљана
   а) методом резолуције;
   б) методом таблоа.
4. Нека је дата формула: $\varphi = \forall y p(a,y) \vee (p(x,y) \Rightarrow \forall z p(h(x,z), h(y,z)))$. Дат је модел $\mathbb{M} = (\mathbb{Z}, I^{\mathcal{L}})$ језика $\mathcal{L}$ формуле φ: $a^{\mathbb{M}} = 0$, $p^{\mathbb{M}} =$ ” $\leq$ ” и $h^{\mathbb{M}}(x,y) = x \cdot y$. Доказати да $\mathbb{M} \not\models \varphi$.