Математичка логика у рачунарству 2008/2009, додатни колоквијум, први део *19. мај 2009.*

1. Показати да се Аксиома уније из ZF система аксиома може заменити слабијом верзијом: За сваки скуп S постоји скуп U такав да из $X \in A$ и $A \in S$ следи $X \in U$.
2. Ако је $S \subseteq T$, показати да је $|A^S| \leq |A^T|$.
3. Показати да за произвољне кардинале κ, λ, μ важи једнакост: $(\kappa \cdot \lambda)^\mu = \kappa^\mu \cdot \lambda^\mu$.

Математичка логика у рачунарству 2008/2009, додатни колоквијум, први део *19. мај 2009.*

1. Показати да се Аксиома уније из ZF система аксиома може заменити слабијом верзијом: За сваки скуп S постоји скуп U такав да из $X \in A$ и $A \in S$ следи $X \in U$.
2. Ако је $S \subseteq T$, показати да је $|A^S| \leq |A^T|$.
3. Показати да за произвољне кардинале κ, λ, μ важи једнакост: $(\kappa \cdot \lambda)^\mu = \kappa^\mu \cdot \lambda^\mu$.

Математичка логика у рачунарству 2008/2009, додатни колоквијум, први део *19. мај 2009.*

1. Показати да се Аксиома уније из ZF система аксиома може заменити слабијом верзијом: За сваки скуп S постоји скуп U такав да из $X \in A$ и $A \in S$ следи $X \in U$.
2. Ако је $S \subseteq T$, показати да је $|A^S| \leq |A^T|$.
3. Показати да за произвољне кардинале κ, λ, μ важи једнакост: $(\kappa \cdot \lambda)^\mu = \kappa^\mu \cdot \lambda^\mu$.

Математичка логика у рачунарству 2008/2009, додатни колоквијум, други део *19. мај 2009.*

1. Нека је A контрадикција, B ваљана формула и променљива x није слободна у формули C. Показати да је формула $\big(A \vee \exists x(C \Rightarrow D)\big) \Rightarrow \big(B \wedge (C \Rightarrow \exists x D)\big)$ ваљана.
2. Наћи трочлани контрамодел за формулу: $\forall x \exists y \big(p(f(x,y),c) \Rightarrow p(c,f(x,y))\big)$.

Математичка логика у рачунарству 2008/2009, додатни колоквијум, други део *19. мај 2009.*

1. Нека је A контрадикција, B ваљана формула и променљива x није слободна у формули C. Показати да је формула $\big(A \vee \exists x(C \Rightarrow D)\big) \Rightarrow \big(B \wedge (C \Rightarrow \exists x D)\big)$ ваљана.
2. Наћи трочлани контрамодел за формулу: $\forall x \exists y \big(p(f(x,y),c) \Rightarrow p(c,f(x,y))\big)$.

Математичка логика у рачунарству 2008/2009, додатни колоквијум, други део *19. мај 2009.*

1. Нека је A контрадикција, B ваљана формула и променљива x није слободна у формули C. Показати да је формула $\big(A \vee \exists x(C \Rightarrow D)\big) \Rightarrow \big(B \wedge (C \Rightarrow \exists x D)\big)$ ваљана.
2. Наћи трочлани контрамодел за формулу: $\forall x \exists y \big(p(f(x,y),c) \Rightarrow p(c,f(x,y))\big)$.

4. Показати: $\models \neg A \vee B$ и $\models \neg C \vee \neg B$ повлачи $\models A \Rightarrow \neg C$.
5. Показати: $B \vdash A \vee (B \vee C)$.
6. Показати да у произвољној Буловој алгебри важи: $x \wedge y = x' \wedge y'$ ако и само ако $x' = y$.

4. Показати: $\models \neg A \vee B$ и $\models \neg C \vee \neg B$ повлачи $\models A \Rightarrow \neg C$.
5. Показати: $B \vdash A \vee (B \vee C)$.
6. Показати да у произвољној Буловој алгебри важи: $x \wedge y = x' \wedge y'$ ако и само ако $x' = y$.

4. Показати: $\models \neg A \vee B$ и $\models \neg C \vee \neg B$ повлачи $\models A \Rightarrow \neg C$.
5. Показати: $B \vdash A \vee (B \vee C)$.
6. Показати да у произвољној Буловој алгебри важи: $x \wedge y = x' \wedge y'$ ако и само ако $x' = y$.

3. Користећи метод таблоа показати да је формула $H \wedge K \Rightarrow L$ ваљана: $H = \exists x\big(\neg p(x, f(x,a)) \wedge p(f(a,x), f(x,b))\big)$, $K = \forall x\big(p(f(a,x), f(x,b)) \Rightarrow p(f(b,x), x)\big)$, $L = \exists x\big(p(f(b,x), x) \wedge \neg p(x, f(x,a))\big)$.
4. Користећи метод резолуције показати да је формула $H \wedge K \Rightarrow L$ ваљана: $H = \forall x\big(\forall y\, p(x,y) \Rightarrow \neg p(a,x)\big)$, $K = \forall x\big(\exists y\, q(y,x) \Rightarrow p(a,x)\big) \wedge \exists x \exists y\, q(x,y)$, $L = \exists x\big(\exists y\, q(y,x) \wedge \exists y\, \neg p(x,y)\big)$.

3. Користећи метод таблоа показати да је формула $H \wedge K \Rightarrow L$ ваљана: $H = \exists x\big(\neg p(x, f(x,a)) \wedge p(f(a,x), f(x,b))\big)$, $K = \forall x\big(p(f(a,x), f(x,b)) \Rightarrow p(f(b,x), x)\big)$, $L = \exists x\big(p(f(b,x), x) \wedge \neg p(x, f(x,a))\big)$.
4. Користећи метод резолуције показати да је формула $H \wedge K \Rightarrow L$ ваљана: $H = \forall x\big(\forall y\, p(x,y) \Rightarrow \neg p(a,x)\big)$, $K = \forall x\big(\exists y\, q(y,x) \Rightarrow p(a,x)\big) \wedge \exists x \exists y\, q(x,y)$, $L = \exists x\big(\exists y\, q(y,x) \wedge \exists y\, \neg p(x,y)\big)$.

3. Користећи метод таблоа показати да је формула $H \wedge K \Rightarrow L$ ваљана: $H = \exists x\big(\neg p(x, f(x,a)) \wedge p(f(a,x), f(x,b))\big)$, $K = \forall x\big(p(f(a,x), f(x,b)) \Rightarrow p(f(b,x), x)\big)$, $L = \exists x\big(p(f(b,x), x) \wedge \neg p(x, f(x,a))\big)$.
4. Користећи метод резолуције показати да је формула $H \wedge K \Rightarrow L$ ваљана: $H = \forall x\big(\forall y\, p(x,y) \Rightarrow \neg p(a,x)\big)$, $K = \forall x\big(\exists y\, q(y,x) \Rightarrow p(a,x)\big) \wedge \exists x \exists y\, q(x,y)$, $L = \exists x\big(\exists y\, q(y,x) \wedge \exists y\, \neg p(x,y)\big)$.