Математичка логика у рачунарству, фебруар 2009. *15. април 2009.*

1. Нека је $\mathcal{F} \subset \mathcal{P}\mathbb{N}$ филтер у Буловој алгебри $\mathcal{P}\mathbb{N}$. Показати да је $\mathcal{F}$ ултрафилтер ако и само ако за сваки скуп $A \subseteq \mathbb{N}$ важи $A \in \mathcal{F}$ или $\mathbb{N} - A \in \mathcal{F}$.
2. (а) Користећи само аксиоме Булових алгебри[1], показати да из $x \wedge y = x \wedge z$ и $x' \wedge y = x' \wedge z$ следи $y = z$.
   (б) Показати асоцијативни закон: $x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z$.
3. Показати: $\vdash A \Rightarrow A$.[2]
4. Нека је $A = p\big(f(x), y\big) \Rightarrow p\big(x, f(y)\big)$ формула првог реда. Испитати ваљаност формула $\exists x \exists y\, A$ и $\exists x \forall y\, A$.
5. Методом резолуције показати да је формула $H \wedge K \Rightarrow L$ ваљана: $H = \forall x\big(\forall y\, p(x,y) \Rightarrow \neg p(a,x)\big)$, $K = \forall x\big(\exists y\, q(y,x) \Rightarrow p(a,x)\big) \wedge \exists x \exists y\, q(x,y)$, $L = \exists x\big(\exists y\, q(y,x) \wedge \exists y\, \neg p(x,y)\big)$.

---

1 За аксиоме Булових алгебри узимамо комутативност, дистрибутивност и аксиоме $x \wedge 1 = x$, $x \vee 0 = x$, $x \wedge x' = 0$, $x \vee x' = 1$.
2 Дозвољено је користити само аксиоме Хилбертовог система за Исказни рачун и Модус поненс.

Математичка логика у рачунарству, фебруар 2009. *15. април 2009.*

1. Нека је $\mathcal{F} \subset \mathcal{P}\mathbb{N}$ филтер у Буловој алгебри $\mathcal{P}\mathbb{N}$. Показати да је $\mathcal{F}$ ултрафилтер ако и само ако за сваки скуп $A \subseteq \mathbb{N}$ важи $A \in \mathcal{F}$ или $\mathbb{N} - A \in \mathcal{F}$.
2. (а) Користећи само аксиоме Булових алгебри[1], показати да из $x \wedge y = x \wedge z$ и $x' \wedge y = x' \wedge z$ следи $y = z$.
   (б) Показати асоцијативни закон: $x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z$.
3. Показати: $\vdash A \Rightarrow A$.[2]
4. Нека је $A = p\big(f(x), y\big) \Rightarrow p\big(x, f(y)\big)$ формула првог реда. Испитати ваљаност формула $\exists x \exists y\, A$ и $\exists x \forall y\, A$.
5. Методом резолуције показати да је формула $H \wedge K \Rightarrow L$ ваљана: $H = \forall x\big(\forall y\, p(x,y) \Rightarrow \neg p(a,x)\big)$, $K = \forall x\big(\exists y\, q(y,x) \Rightarrow p(a,x)\big) \wedge \exists x \exists y\, q(x,y)$, $L = \exists x\big(\exists y\, q(y,x) \wedge \exists y\, \neg p(x,y)\big)$.

---

1 За аксиоме Булових алгебри узимамо комутативност, дистрибутивност и аксиоме $x \wedge 1 = x$, $x \vee 0 = x$, $x \wedge x' = 0$, $x \vee x' = 1$.
2 Дозвољено је користити само аксиоме Хилбертовог система за Исказни рачун и Модус поненс.

Математичка логика у рачунарству, фебруар 2009. *15. април 2009.*

1. Нека је $\mathcal{F} \subset \mathcal{P}\mathbb{N}$ филтер у Буловој алгебри $\mathcal{P}\mathbb{N}$. Показати да је $\mathcal{F}$ ултрафилтер ако и само ако за сваки скуп $A \subseteq \mathbb{N}$ важи $A \in \mathcal{F}$ или $\mathbb{N} - A \in \mathcal{F}$.
2. (а) Користећи само аксиоме Булових алгебри[1], показати да из $x \wedge y = x \wedge z$ и $x' \wedge y = x' \wedge z$ следи $y = z$.
   (б) Показати асоцијативни закон: $x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z$.
3. Показати: $\vdash A \Rightarrow A$.[2]
4. Нека је $A = p\big(f(x), y\big) \Rightarrow p\big(x, f(y)\big)$ формула првог реда. Испитати ваљаност формула $\exists x \exists y\, A$ и $\exists x \forall y\, A$.
5. Методом резолуције показати да је формула $H \wedge K \Rightarrow L$ ваљана: $H = \forall x\big(\forall y\, p(x,y) \Rightarrow \neg p(a,x)\big)$, $K = \forall x\big(\exists y\, q(y,x) \Rightarrow p(a,x)\big) \wedge \exists x \exists y\, q(x,y)$, $L = \exists x\big(\exists y\, q(y,x) \wedge \exists y\, \neg p(x,y)\big)$.

---

1 За аксиоме Булових алгебри узимамо комутативност, дистрибутивност и аксиоме $x \wedge 1 = x$, $x \vee 0 = x$, $x \wedge x' = 0$, $x \vee x' = 1$.
2 Дозвољено је користити само аксиоме Хилбертовог система за Исказни рачун и Модус поненс.

Математичка логика у рачунарству, фебруар 2009. *15. април 2009.*

1. Нека је $\mathcal{F} \subset \mathcal{P}\mathbb{N}$ филтер у Буловој алгебри $\mathcal{P}\mathbb{N}$. Показати да је $\mathcal{F}$ ултрафилтер ако и само ако за сваки скуп $A \subseteq \mathbb{N}$ важи $A \in \mathcal{F}$ или $\mathbb{N} - A \in \mathcal{F}$.
2. (а) Користећи само аксиоме Булових алгебри[1], показати да из $x \wedge y = x \wedge z$ и $x' \wedge y = x' \wedge z$ следи $y = z$.
   (б) Показати асоцијативни закон: $x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z$.
3. Показати: $\vdash A \Rightarrow A$.[2]
4. Нека је $A = p\big(f(x), y\big) \Rightarrow p\big(x, f(y)\big)$ формула првог реда. Испитати ваљаност формула $\exists x \exists y\, A$ и $\exists x \forall y\, A$.
5. Методом резолуције показати да је формула $H \wedge K \Rightarrow L$ ваљана: $H = \forall x\big(\forall y\, p(x,y) \Rightarrow \neg p(a,x)\big)$, $K = \forall x\big(\exists y\, q(y,x) \Rightarrow p(a,x)\big) \wedge \exists x \exists y\, q(x,y)$, $L = \exists x\big(\exists y\, q(y,x) \wedge \exists y\, \neg p(x,y)\big)$.

---

1 За аксиоме Булових алгебри узимамо комутативност, дистрибутивност и аксиоме $x \wedge 1 = x$, $x \vee 0 = x$, $x \wedge x' = 0$, $x \vee x' = 1$.
2 Дозвољено је користити само аксиоме Хилбертовог система за Исказни рачун и Модус поненс.