Математичка логика у рачунарству, Фебруар 2012. *21. фебруар 2012.*

1. Дефинишемо у Буловој алгебри затворен интервал $[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b\}$. Доказати: $[a, b] \cap [c, d] = [a \vee c, b \wedge d]$.
2. Доказати да у Лукашиевичевом рачуну важи: $\neg A \wedge \neg B \vdash \neg(A \vee B)$.

   [У доказу се могу користити без доказа $\vdash A \Rightarrow A$; $A \Rightarrow B, B \Rightarrow C \vdash A \Rightarrow C$; $A, \neg A \vdash B$; $\vdash A \Rightarrow \neg\neg A$; $\vdash \neg\neg A \Rightarrow A$; $\vdash (A \Rightarrow B) \Rightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$; $A \wedge B \vdash A$; $A \wedge B \vdash B$ и Теорема дедукције.]
3. (а) Методом таблоа

   (б) Методом резолуције

   доказати да је формула $H \Rightarrow K$ ваљана, ако је :

   $H = \forall z\,(p(b) \wedge \forall x\,\exists y\,(\neg q(y, z) \vee r(x, y)))$, $K = \forall z\,\forall u\,\exists y\,(q(y, z) \Rightarrow r(u, y))$.
4. Дата је формула: $\forall x\,\exists y\,(q(x, y) \Rightarrow \forall z\,p(z, a))$. Одредити један модел $\mathbb{M}$ и један контрамодел $\mathbb{K}$, оба са доменом N, за дату формулу.

Математичка логика у рачунарству, Фебруар 2012. *21. фебруар 2012.*

1. Дефинишемо у Буловој алгебри затворен интервал $[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b\}$. Доказати: $[a, b] \cap [c, d] = [a \vee c, b \wedge d]$.
2. Доказати да у Лукашиевичевом рачуну важи: $\neg A \wedge \neg B \vdash \neg(A \vee B)$.

   [У доказу се могу користити без доказа $\vdash A \Rightarrow A$; $A \Rightarrow B, B \Rightarrow C \vdash A \Rightarrow C$; $A, \neg A \vdash B$; $\vdash A \Rightarrow \neg\neg A$; $\vdash \neg\neg A \Rightarrow A$; $\vdash (A \Rightarrow B) \Rightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$; $A \wedge B \vdash A$; $A \wedge B \vdash B$ и Теорема дедукције.]
3. (а) Методом таблоа

   (б) Методом резолуције

   доказати да је формула $H \Rightarrow K$ ваљана, ако је :

   $H = \forall z\,(p(b) \wedge \forall x\,\exists y\,(\neg q(y, z) \vee r(x, y)))$, $K = \forall z\,\forall u\,\exists y\,(q(y, z) \Rightarrow r(u, y))$.
4. Дата је формула: $\forall x\,\exists y\,(q(x, y) \Rightarrow \forall z\,p(z, a))$. Одредити један модел $\mathbb{M}$ и један контрамодел $\mathbb{K}$, оба са доменом N, за дату формулу.

Математичка логика у рачунарству, Фебруар 2012. *21. фебруар 2012.*

1. Дефинишемо у Буловој алгебри затворен интервал $[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b\}$. Доказати: $[a, b] \cap [c, d] = [a \vee c, b \wedge d]$.
2. Доказати да у Лукашиевичевом рачуну важи: $\neg A \wedge \neg B \vdash \neg(A \vee B)$.

   [У доказу се могу користити без доказа $\vdash A \Rightarrow A$; $A \Rightarrow B, B \Rightarrow C \vdash A \Rightarrow C$; $A, \neg A \vdash B$; $\vdash A \Rightarrow \neg\neg A$; $\vdash \neg\neg A \Rightarrow A$; $\vdash (A \Rightarrow B) \Rightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$; $A \wedge B \vdash A$; $A \wedge B \vdash B$ и Теорема дедукције.]
3. (а) Методом таблоа

   (б) Методом резолуције

   доказати да је формула $H \Rightarrow K$ ваљана, ако је :

   $H = \forall z\,(p(b) \wedge \forall x\,\exists y\,(\neg q(y, z) \vee r(x, y)))$, $K = \forall z\,\forall u\,\exists y\,(q(y, z) \Rightarrow r(u, y))$.
4. Дата је формула: $\forall x\,\exists y\,(q(x, y) \Rightarrow \forall z\,p(z, a))$. Одредити један модел $\mathbb{M}$ и један контрамодел $\mathbb{K}$, оба са доменом N, за дату формулу.