Математичка логика у рачунарству, јануар 2009. *5. фебруар 2009.*

1. Над скупом исказних променљивих $\{p_1, \dots, p_n\}$ дате су исказне формуле A, B, C, такве да је $A \vee B$ таутологија, а $B \wedge C$ контрадикција. Над истим скупом променљивих наћи све нееквивалентне исказне формуле F, тако да формула $((B \Rightarrow C) \Rightarrow A) \Rightarrow F$ буде таутологија.
2. (а) Користећи само аксиоме Булових алгебри[1], показати да из $x \wedge y = 0$ и $x \vee y = 1$ следи $y = x'$.

   (б) Показати ДеМорганов закон: $(x \wedge y)' = x' \vee y'$.
3. Показати: $\vdash \neg(A \Rightarrow \neg B) \Rightarrow A$.[2]
4. Нека је $A = p(x) \Rightarrow p(f(x))$ предикатска формула првог реда. Испитати ваљаност формула $\exists x\, A$ и $\forall x\, A$.
5. Методом резолуције показати ваљаност формуле:

   $\forall x \exists y \left(p(x,y) \Rightarrow q(y)\right) \Rightarrow \Big(\forall x \left(q(x) \Rightarrow r(x)\right) \Rightarrow \left(\exists x \forall y\, p(x,y) \Rightarrow \exists x\, r(x)\right)\Big).$

---

1 За аксиоме Булових алгебри узимамо комутативност, дистрибутивност и аксиоме $x \wedge 1 = x$, $x \vee 0 = x$, $x \wedge x' = 0$, $x \vee x' = 1$.

2 Без доказа се може користити: $\vdash A \Rightarrow A$; $A, \neg A \vdash B$; $A \vdash \neg\neg A$; $\neg\neg A \vdash A$; $A \Rightarrow B \vdash \neg B \Rightarrow \neg A$; став дедукције.

Математичка логика у рачунарству, јануар 2009. *5. фебруар 2009.*

1. Над скупом исказних променљивих $\{p_1, \dots, p_n\}$ дате су исказне формуле A, B, C, такве да је $A \vee B$ таутологија, а $B \wedge C$ контрадикција. Над истим скупом променљивих наћи све нееквивалентне исказне формуле F, тако да формула $((B \Rightarrow C) \Rightarrow A) \Rightarrow F$ буде таутологија.
2. (а) Користећи само аксиоме Булових алгебри[1], показати да из $x \wedge y = 0$ и $x \vee y = 1$ следи $y = x'$.

   (б) Показати ДеМорганов закон: $(x \wedge y)' = x' \vee y'$.
3. Показати: $\vdash \neg(A \Rightarrow \neg B) \Rightarrow A$.[2]
4. Нека је $A = p(x) \Rightarrow p(f(x))$ предикатска формула првог реда. Испитати ваљаност формула $\exists x\, A$ и $\forall x\, A$.
5. Методом резолуције показати ваљаност формуле:

   $\forall x \exists y \left(p(x,y) \Rightarrow q(y)\right) \Rightarrow \Big(\forall x \left(q(x) \Rightarrow r(x)\right) \Rightarrow \left(\exists x \forall y\, p(x,y) \Rightarrow \exists x\, r(x)\right)\Big).$

---

1 За аксиоме Булових алгебри узимамо комутативност, дистрибутивност и аксиоме $x \wedge 1 = x$, $x \vee 0 = x$, $x \wedge x' = 0$, $x \vee x' = 1$.

2 Без доказа се може користити: $\vdash A \Rightarrow A$; $A, \neg A \vdash B$; $A \vdash \neg\neg A$; $\neg\neg A \vdash A$; $A \Rightarrow B \vdash \neg B \Rightarrow \neg A$; став дедукције.

Математичка логика у рачунарству, јануар 2009. *5. фебруар 2009.*

1. Над скупом исказних променљивих $\{p_1, \dots, p_n\}$ дате су исказне формуле A, B, C, такве да је $A \vee B$ таутологија, а $B \wedge C$ контрадикција. Над истим скупом променљивих наћи све нееквивалентне исказне формуле F, тако да формула $((B \Rightarrow C) \Rightarrow A) \Rightarrow F$ буде таутологија.
2. (а) Користећи само аксиоме Булових алгебри[1], показати да из $x \wedge y = 0$ и $x \vee y = 1$ следи $y = x'$.

   (б) Показати ДеМорганов закон: $(x \wedge y)' = x' \vee y'$.
3. Показати: $\vdash \neg(A \Rightarrow \neg B) \Rightarrow A$.[2]
4. Нека је $A = p(x) \Rightarrow p(f(x))$ предикатска формула првог реда. Испитати ваљаност формула $\exists x\, A$ и $\forall x\, A$.
5. Методом резолуције показати ваљаност формуле:

   $\forall x \exists y \left(p(x,y) \Rightarrow q(y)\right) \Rightarrow \Big(\forall x \left(q(x) \Rightarrow r(x)\right) \Rightarrow \left(\exists x \forall y\, p(x,y) \Rightarrow \exists x\, r(x)\right)\Big).$

---

1 За аксиоме Булових алгебри узимамо комутативност, дистрибутивност и аксиоме $x \wedge 1 = x$, $x \vee 0 = x$, $x \wedge x' = 0$, $x \vee x' = 1$.

2 Без доказа се може користити: $\vdash A \Rightarrow A$; $A, \neg A \vdash B$; $A \vdash \neg\neg A$; $\neg\neg A \vdash A$; $A \Rightarrow B \vdash \neg B \Rightarrow \neg A$; став дедукције.