Математичка логика у рачунарству, октобар 2008. *29. септембар 2008.*

1 Показати да у свакој Буловој алгебри важи: $x \leq y$ ако и само ако $x' \vee y = 1$.

2 Доказати да у исказном рачуну важи: $(A \vee B) \vee C \vdash A \vee (B \vee C)$. [a]

3 Показати да је следећа формула ваљана: $\forall x \forall y (p(x) \Rightarrow \exists z q(y,z)) \Rightarrow \exists x (p(x) \Rightarrow \forall y \exists z q(y,z)))$.

4 Нека је L језик првог реда, а $F \equiv \exists x \forall y\ p(x,y,f(x,y))$ формула језика L. Посматрамо структуру $\mathbb{D} = (\mathcal{P}\mathbb{N}, I^L)$, где је I^L интерпретација језика L на домену $\mathcal{P}\mathbb{N}$. Ако је $I^L(p) = p_I$ предикат дефинисан са:

$$p_I(A,B,C) = \top \text{ ако и само ако } A \setminus C \subseteq B,$$

интерпретирати функцијски симбол f тако да буде $\mathbb{D} \not\models F$.

5 **(а)** Да ли је релација унификабилности релација еквиваленције? Одговор образложити.
(б) Наћи, ако постоји, најопштији унификатор за следећи низ једнакости:

$$h(y,x) = h(g(a,u),z), \qquad f(y,g(z,x)) = f(v,y).$$

[a] Без доказа се могу користити следеће теореме: $\vdash A \Rightarrow A$; $\vdash A \Rightarrow \neg\neg A$; $\vdash \neg\neg A \Rightarrow A$; $A, \neg A \vdash B$; $A \Rightarrow B, B \Rightarrow C \vdash A \Rightarrow C$; $A \Rightarrow B \vdash \neg B \Rightarrow \neg A$.

Математичка логика у рачунарству, октобар 2008. *29. септембар 2008.*

1 Показати да у свакој Буловој алгебри важи: $x \leq y$ ако и само ако $x' \vee y = 1$.

2 Доказати да у исказном рачуну важи: $(A \vee B) \vee C \vdash A \vee (B \vee C)$. [a]

3 Показати да је следећа формула ваљана: $\forall x \forall y (p(x) \Rightarrow \exists z q(y,z)) \Rightarrow \exists x (p(x) \Rightarrow \forall y \exists z q(y,z)))$.

4 Нека је L језик првог реда, а $F \equiv \exists x \forall y\ p(x,y,f(x,y))$ формула језика L. Посматрамо структуру $\mathbb{D} = (\mathcal{P}\mathbb{N}, I^L)$, где је I^L интерпретација језика L на домену $\mathcal{P}\mathbb{N}$. Ако је $I^L(p) = p_I$ предикат дефинисан са:

$$p_I(A,B,C) = \top \text{ ако и само ако } A \setminus C \subseteq B,$$

интерпретирати функцијски симбол f тако да буде $\mathbb{D} \not\models F$.

5 **(а)** Да ли је релација унификабилности релација еквиваленције? Одговор образложити.
(б) Наћи, ако постоји, најопштији унификатор за следећи низ једнакости:

$$h(y,x) = h(g(a,u),z), \qquad f(y,g(z,x)) = f(v,y).$$

[a] Без доказа се могу користити следеће теореме: $\vdash A \Rightarrow A$; $\vdash A \Rightarrow \neg\neg A$; $\vdash \neg\neg A \Rightarrow A$; $A, \neg A \vdash B$; $A \Rightarrow B, B \Rightarrow C \vdash A \Rightarrow C$; $A \Rightarrow B \vdash \neg B \Rightarrow \neg A$.

Математичка логика у рачунарству, октобар 2008. *29. септембар 2008.*

1 Показати да у свакој Буловој алгебри важи: $x \leq y$ ако и само ако $x' \vee y = 1$.

2 Доказати да у исказном рачуну важи: $(A \vee B) \vee C \vdash A \vee (B \vee C)$. [a]

3 Показати да је следећа формула ваљана: $\forall x \forall y (p(x) \Rightarrow \exists z q(y,z)) \Rightarrow \exists x (p(x) \Rightarrow \forall y \exists z q(y,z)))$.

4 Нека је L језик првог реда, а $F \equiv \exists x \forall y\ p(x,y,f(x,y))$ формула језика L. Посматрамо структуру $\mathbb{D} = (\mathcal{P}\mathbb{N}, I^L)$, где је I^L интерпретација језика L на домену $\mathcal{P}\mathbb{N}$. Ако је $I^L(p) = p_I$ предикат дефинисан са:

$$p_I(A,B,C) = \top \text{ ако и само ако } A \setminus C \subseteq B,$$

интерпретирати функцијски симбол f тако да буде $\mathbb{D} \not\models F$.

5 **(а)** Да ли је релација унификабилности релација еквиваленције? Одговор образложити.
(б) Наћи, ако постоји, најопштији унификатор за следећи низ једнакости:

$$h(y,x) = h(g(a,u),z), \qquad f(y,g(z,x)) = f(v,y).$$

[a] Без доказа се могу користити следеће теореме: $\vdash A \Rightarrow A$; $\vdash A \Rightarrow \neg\neg A$; $\vdash \neg\neg A \Rightarrow A$; $A, \neg A \vdash B$; $A \Rightarrow B, B \Rightarrow C \vdash A \Rightarrow C$; $A \Rightarrow B \vdash \neg B \Rightarrow \neg A$.