

Teorija brojeva, prvi kolokvijum

- (a) Naći NZD(7469, 2464).
(b) Ako je $\text{NZD}(a, b) = 1$, dokazati da je $\text{NZD}(a + b, a^2 - ab + b^2)$ ili 1 ili 3.
(c) Dokazati da se razlomak $\frac{a+b}{c+d}$ ne može skratiti ako je $ad - bc = \pm 1$.
- Nađite ostatak pri deljenju $10001^{3^{2012}}$ sa 17.
- Dokažite da je $\mathbb{Z} \left[\frac{1+\sqrt{-7}}{2} \right]$ euklidski domen.
- Dat je fiksiran prirodan broj k . Dokažite sledeću asimptotsku formulu:

$$\sum_{\substack{n \leq x \\ (n,k)=1}} n = \frac{\varphi(k)}{2k} x^2 + O(\tau(k)x),$$

kad $x \rightarrow \infty$. Pomoć: uslov $(n, k) = 1$ "detektujte" δ -funkcijom – kad je $\delta(n, k) \neq 0$? Onda napišite δ preko poznate konvolucije.

Teorija brojeva, prvi kolokvijum

- (a) Naći NZD(7469, 2464).
(b) Ako je $\text{NZD}(a, b) = 1$, dokazati da je $\text{NZD}(a + b, a^2 - ab + b^2)$ ili 1 ili 3.
(c) Dokazati da se razlomak $\frac{a+b}{c+d}$ ne može skratiti ako je $ad - bc = \pm 1$.
- Nađite ostatak pri deljenju $10001^{3^{2012}}$ sa 17.
- Dokažite da je $\mathbb{Z} \left[\frac{1+\sqrt{-7}}{2} \right]$ euklidski domen.
- Dat je fiksiran prirodan broj k . Dokažite sledeću asimptotsku formulu:

$$\sum_{\substack{n \leq x \\ (n,k)=1}} n = \frac{\varphi(k)}{2k} x^2 + O(\tau(k)x),$$

kad $x \rightarrow \infty$. Pomoć: uslov $(n, k) = 1$ "detektujte" δ -funkcijom – kad je $\delta(n, k) \neq 0$? Onda napišite δ preko poznate konvolucije.