Испит из Теорије бројева 1, јануарски рок, Л смер *25. јануар 2013.*

1. а) [2] Одредити $\left(\dfrac{2012}{1033}\right)$ (1033 је прост број).

б) [4] Испитати да ли конгруенција $x^2 - 3x \equiv 6 \pmod{53}$ има решења у скупу целих бројева.

2. а) [4] Нека је p прост број. Доказати да је $\left(\dfrac{3}{p}\right) = 1$ ако и само ако је p облика $12k+1$ или $12k+11$.

б) [4] Доказати да постоји бесконачно много простих бројева који су облика $12k+1$ или $12k+11$.

3. а) [4] Доказати да је $\dfrac{\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{2} \in \mathbb{Q}(\sqrt{2}, i)$ алгебарски цео број.

б) [4] Одредити норму и траг елемента $\dfrac{\sqrt{2}}{3} + \dfrac{i}{2} \in \mathbb{Q}(\sqrt{2}, i)$ и закључити да он није алгебарски цео број.

4. Нека је са $N(x^3 + y^3 = 1)$ означен број решења једначине $x^3 + y^3 = 1$ у скупу $\mathbb{Z}_p$, а χ мултипликативни карактер реда 3 на $\mathbb{Z}_p$.

а) [2] Доказати да је $\chi(-1) = -1$.

б) [6] Доказати да је $N(x^3 + y^3 = 1) = p - 2 + 2\,\mathrm{Re}\,J(\chi, \chi)$.

Испит из Теорије бројева 1, јануарски рок, Л смер *25. јануар 2013.*

1. а) [2] Одредити $\left(\dfrac{2012}{1033}\right)$ (1033 је прост број).

б) [4] Испитати да ли конгруенција $x^2 - 3x \equiv 6 \pmod{53}$ има решења у скупу целих бројева.

2. а) [4] Нека је p прост број. Доказати да је $\left(\dfrac{3}{p}\right) = 1$ ако и само ако је p облика $12k+1$ или $12k+11$.

б) [4] Доказати да постоји бесконачно много простих бројева који су облика $12k+1$ или $12k+11$.

3. а) [4] Доказати да је $\dfrac{\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{2} \in \mathbb{Q}(\sqrt{2}, i)$ алгебарски цео број.

б) [4] Одредити норму и траг елемента $\dfrac{\sqrt{2}}{3} + \dfrac{i}{2} \in \mathbb{Q}(\sqrt{2}, i)$ и закључити да он није алгебарски цео број.

4. Нека је са $N(x^3 + y^3 = 1)$ означен број решења једначине $x^3 + y^3 = 1$ у скупу $\mathbb{Z}_p$, а χ мултипликативни карактер реда 3 на $\mathbb{Z}_p$.

а) [2] Доказати да је $\chi(-1) = -1$.

б) [6] Доказати да је $N(x^3 + y^3 = 1) = p - 2 + 2\,\mathrm{Re}\,J(\chi, \chi)$.

Испит из Теорије бројева 1, јануарски рок, Л смер *25. јануар 2013.*

1. а) [2] Одредити $\left(\dfrac{2012}{1033}\right)$ (1033 је прост број).

б) [4] Испитати да ли конгруенција $x^2 - 3x \equiv 6 \pmod{53}$ има решења у скупу целих бројева.

2. а) [4] Нека је p прост број. Доказати да је $\left(\dfrac{3}{p}\right) = 1$ ако и само ако је p облика $12k+1$ или $12k+11$.

б) [4] Доказати да постоји бесконачно много простих бројева који су облика $12k+1$ или $12k+11$.

3. а) [4] Доказати да је $\dfrac{\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{2} \in \mathbb{Q}(\sqrt{2}, i)$ алгебарски цео број.

б) [4] Одредити норму и траг елемента $\dfrac{\sqrt{2}}{3} + \dfrac{i}{2} \in \mathbb{Q}(\sqrt{2}, i)$ и закључити да он није алгебарски цео број.

4. Нека је са $N(x^3 + y^3 = 1)$ означен број решења једначине $x^3 + y^3 = 1$ у скупу $\mathbb{Z}_p$, а χ мултипликативни карактер реда 3 на $\mathbb{Z}_p$.

а) [2] Доказати да је $\chi(-1) = -1$.

б) [6] Доказати да је $N(x^3 + y^3 = 1) = p - 2 + 2\,\mathrm{Re}\,J(\chi, \chi)$.