Увод у математичку логику, Први колоквијум, II година, Група А *3. децембар 2009.*

1. Нека су A, B скупови и $\{S_{a,b} \mid a \in A, b \in B\}$ фамилија скупова таква да за све $a \in A$ и $b_1, b_2 \in B$, $b_1 \neq b_2$, $S_{a,b_1} \cap S_{a,b_2} = \emptyset$. Доказати: $\bigcap\limits_{a\in A}\bigcup\limits_{b\in B} S_{a,b} = \bigcup\limits_{F\in B^A}\bigcap\limits_{a\in A} S_{a,F(a)}$.
2. Нека је R релација. Доказати: $R^{-1}[R[A]] \supseteq A \cap \mathrm{dom}R$. Примером показати да не мора да важи једнакост.
3. Нека је $F : A \longrightarrow B$. F је "1-1" ако и само ако за сваки скуп C и сваке две функције $G_1, G_2 : C \longrightarrow A$ из $F \circ G_1 = F \circ G_2$ следи $G_1 = G_2$. Доказати.
4. Нека је $F \subseteq B$ филтер који задовољава: за све $x, y \in B$, ако $x \vee y \in F$ тада $x \in F$ или $y \in F$. Доказати да је F ултрафилтер.
5. Нека су $y, z \in B$ елементи Булове алгебре. За све $x \in B$ важи $(x \vee y) \wedge z = (x \wedge z) \vee y$ ако и само ако $y \leq z$. Доказати.
6. Доказати: $\vdash (\neg A \Rightarrow (\neg A \Rightarrow A)) \Rightarrow A$.

Напомена Студент ради 5 задатака по избору. На свесци написати бројеве задатака који су изабрани.

Увод у математичку логику, Први колоквијум, II година, Група А *3. децембар 2009.*

1. Нека су A, B скупови и $\{S_{a,b} \mid a \in A, b \in B\}$ фамилија скупова таква да за све $a \in A$ и $b_1, b_2 \in B$, $b_1 \neq b_2$, $S_{a,b_1} \cap S_{a,b_2} = \emptyset$. Доказати: $\bigcap\limits_{a\in A}\bigcup\limits_{b\in B} S_{a,b} = \bigcup\limits_{F\in B^A}\bigcap\limits_{a\in A} S_{a,F(a)}$.
2. Нека је R релација. Доказати: $R^{-1}[R[A]] \supseteq A \cap \mathrm{dom}R$. Примером показати да не мора да важи једнакост.
3. Нека је $F : A \longrightarrow B$. F је "1-1" ако и само ако за сваки скуп C и сваке две функције $G_1, G_2 : C \longrightarrow A$ из $F \circ G_1 = F \circ G_2$ следи $G_1 = G_2$. Доказати.
4. Нека је $F \subseteq B$ филтер који задовољава: за све $x, y \in B$, ако $x \vee y \in F$ тада $x \in F$ или $y \in F$. Доказати да је F ултрафилтер.
5. Нека су $y, z \in B$ елементи Булове алгебре. За све $x \in B$ важи $(x \vee y) \wedge z = (x \wedge z) \vee y$ ако и само ако $y \leq z$. Доказати.
6. Доказати: $\vdash (\neg A \Rightarrow (\neg A \Rightarrow A)) \Rightarrow A$.

Напомена Студент ради 5 задатака по избору. На свесци написати бројеве задатака који су изабрани.

Увод у математичку логику, Први колоквијум, II година, Група Б *3. децембар 2009.*

1. Нека су A, B скупови и $\{S_{a,b} \mid a \in A, b \in B\}$ фамилија скупова таква да за све $a_1, a_2 \in A$ и $b \in B$, $a_1 \neq a_2$, $S_{a_1,b} \cap S_{a_2,b} = \emptyset$. Доказати: $\bigcap\limits_{b\in B}\bigcup\limits_{a\in A} S_{a,b} = \bigcup\limits_{F\in A^B}\bigcap\limits_{b\in B} S_{F(b),b}$.
2. Нека је R релација. Доказати: $R[R^{-1}[B]] \supseteq B \cap \mathrm{ran}R$. Примером показати да не мора да важи једнакост.
3. Нека је $F : A \longrightarrow B$. F је "на" ако и само ако за сваки скуп C и сваке две функције $G_1, G_2 : B \longrightarrow C$ из $G_1 \circ F = G_2 \circ F$ следи $G_1 = G_2$. Доказати.
4. Нека је $F \subseteq B$ филтер који задовољава: за све $x \in B$, $x \in F$ или $x' \in F$. Доказати да је F ултрафилтер.
5. Нека су $y, z \in B$ елементи Булове алгебре. За све $x \in B$ важи $(x \wedge y) \vee z = (x \vee z) \wedge y$ ако и само ако $z \leq y$. Доказати.
6. Доказати: $\vdash (A \Rightarrow (A \Rightarrow \neg A)) \Rightarrow \neg A$.

Напомена Студент ради 5 задатака по избору. На свесци написати бројеве задатака који су изабрани.

Увод у математичку логику, Први колоквијум, II година, Група Б *3. децембар 2009.*

1. Нека су A, B скупови и $\{S_{a,b} \mid a \in A, b \in B\}$ фамилија скупова таква да за све $a_1, a_2 \in A$ и $b \in B$, $a_1 \neq a_2$, $S_{a_1,b} \cap S_{a_2,b} = \emptyset$. Доказати: $\bigcap\limits_{b\in B}\bigcup\limits_{a\in A} S_{a,b} = \bigcup\limits_{F\in A^B}\bigcap\limits_{b\in B} S_{F(b),b}$.
2. Нека је R релација. Доказати: $R[R^{-1}[B]] \supseteq B \cap \mathrm{ran}R$. Примером показати да не мора да важи једнакост.
3. Нека је $F : A \longrightarrow B$. F је "на" ако и само ако за сваки скуп C и сваке две функције $G_1, G_2 : B \longrightarrow C$ из $G_1 \circ F = G_2 \circ F$ следи $G_1 = G_2$. Доказати.
4. Нека је $F \subseteq B$ филтер који задовољава: за све $x \in B$, $x \in F$ или $x' \in F$. Доказати да је F ултрафилтер.
5. Нека су $y, z \in B$ елементи Булове алгебре. За све $x \in B$ важи $(x \wedge y) \vee z = (x \vee z) \wedge y$ ако и само ако $z \leq y$. Доказати.
6. Доказати: $\vdash (A \Rightarrow (A \Rightarrow \neg A)) \Rightarrow \neg A$.

Напомена Студент ради 5 задатака по избору. На свесци написати бројеве задатака који су изабрани.