Увод у математичку логику, Први колоквијум 2010/2011. *4. децембар 2010.*

1	2	3	4	5	$\sum$

Име и презиме: .... Број индекса: .... Ознака: А

Група: .... Професор: ....

1. На скупу N дефинисана је релација θ на следећи начин: $a\,\theta\,b$ ако и само ако $5 \mid a^2 - b^2$. Доказати да је θ еквиваленција скупа N и одредити класу еквиваленције елемента 1.

2. На скупу $\mathsf{Z} \setminus \{-1\}$ дефинисана је релација $|_{\mathsf{N}}$ на следећи начин: $a \,|_{\mathsf{N}}\, b$ ако и само ако постоји $u \in \mathsf{N}$ тако да $b = ua$. Доказати да је $|_{\mathsf{N}}$ релација поретка скупа $\mathsf{Z} \setminus \{-1\}$ и одредити (ако постоје) минималне, максималне, најмањи и највећи елемент. (Напомена: $0 \in \mathsf{N}$.)

3. Доказати да је $A \setminus (B \triangle C) = (A \setminus B) \triangle C$ ако и само ако $C \subseteq A$.

4. Нека је $f : A \longrightarrow B$ и $M, N \subseteq B$.

   (а) Ако је $M \subseteq N$, тада је $f^{-1}[M] \subseteq f^{-1}[N]$. Доказати.

   (б) Ако је f "на" и $M \subsetneq N$, тада је $f^{-1}[M] \subsetneq f^{-1}[N]$. Доказати.

5. Конструисати бијекцију $f : \{0, 1, 2\} \times \mathsf{N} \longrightarrow \mathsf{N}$.

Увод у математичку логику, Први колоквијум 2010/2011. *4. децембар 2010.*

1	2	3	4	5	$\sum$

Име и презиме: .... Број индекса: .... Ознака: Б

Група: .... Професор: ....

1. На скупу N дефинисана је релација θ на следећи начин: $a\,\theta\,b$ ако и само ако $7 \mid a^2 - b^2$. Доказати да је θ еквиваленција скупа N и одредити класу еквиваленције елемента 1.

2. На скупу $\mathsf{Z}\setminus\{1\}$ дефинисана је релација $|_{\mathsf{N}}$ на следећи начин: $a\ |_{\mathsf{N}}\ b$ ако и само ако постоји $u \in \mathsf{N}$ тако да $b = ua$. Доказати да је $|_{\mathsf{N}}$ релација поретка скупа $\mathsf{Z}\setminus\{1\}$ и одредити (ако постоје) минималне, максималне, најмањи и највећи елемент. (Напомена: $0 \in \mathsf{N}$.)

3. Доказати да је $A \triangle (B \setminus C) = (A \triangle B) \setminus C$ ако и само ако $A \cap C = \emptyset$.

4. Нека је $f : A \longrightarrow B$ и $M, N \subseteq A$.

   (а) Ако је $M \subseteq N$, тада је $f[M] \subseteq f[N]$. Доказати.

   (б) Ако је f "1-1" и $M \subsetneq N$, тада је $f[M] \subsetneq f[N]$. Доказати.

5. Конструисати бијекцију $f : \mathsf{Z} \times \{0, 1\} \longrightarrow \mathsf{N}$.