Увод у математичку логику 2008/2009, други колоквијум (МНВР смерови) *21. јануар 2009.*

1. Нека је A произвољна ваљана формула. По дефиницији показати да је тада ваљана и формула:

   $[\forall x(p(x) \Rightarrow \neg q(x)) \wedge \exists x(p(x) \wedge r(x))] \Rightarrow [\exists x(r(x) \wedge \neg q(x)) \wedge A].$

2. Дати један контрамодел за формулу $\exists x(p(x) \Rightarrow p(f(x))) \Rightarrow \forall x(p(f(x)) \Rightarrow p(x))$.

3. Методом таблоа показати да је формула ваљана:

   $[\forall x(p(x) \vee \exists y q(x,y)) \Rightarrow \exists x(\forall y r(x,y) \wedge s(x))] \Rightarrow [\exists x(\neg p(x) \vee s(x)) \wedge \exists x \forall y(\neg q(x,y) \vee r(x,y))].$

4. Методом резолуције показати да је формула $H \Rightarrow K$ ваљана:

   $H = \forall x \forall y(p(x,y) \Rightarrow \neg q(x,y)) \wedge \exists x p(a,x) \wedge \exists x(q(b,x) \wedge r(b,x)),$
   $K = \exists x \exists y(\neg p(x,y) \wedge r(x,y)) \wedge \exists x \exists y p(x,y).$

Увод у математичку логику 2008/2009, други колоквијум (МНВР смерови) *21. јануар 2009.*

1. Нека је A произвољна ваљана формула. По дефиницији показати да је тада ваљана и формула:

   $[\forall x(p(x) \Rightarrow \neg q(x)) \wedge \exists x(p(x) \wedge r(x))] \Rightarrow [\exists x(r(x) \wedge \neg q(x)) \wedge A].$

2. Дати један контрамодел за формулу $\exists x(p(x) \Rightarrow p(f(x))) \Rightarrow \forall x(p(f(x)) \Rightarrow p(x))$.

3. Методом таблоа показати да је формула ваљана:

   $[\forall x(p(x) \vee \exists y q(x,y)) \Rightarrow \exists x(\forall y r(x,y) \wedge s(x))] \Rightarrow [\exists x(\neg p(x) \vee s(x)) \wedge \exists x \forall y(\neg q(x,y) \vee r(x,y))].$

4. Методом резолуције показати да је формула $H \Rightarrow K$ ваљана:

   $H = \forall x \forall y(p(x,y) \Rightarrow \neg q(x,y)) \wedge \exists x p(a,x) \wedge \exists x(q(b,x) \wedge r(b,x)),$
   $K = \exists x \exists y(\neg p(x,y) \wedge r(x,y)) \wedge \exists x \exists y p(x,y).$

Увод у математичку логику 2008/2009, други колоквијум (МНВР смерови) *21. јануар 2009.*

1. Нека је A произвољна ваљана формула. По дефиницији показати да је тада ваљана и формула:

   $[\forall x(p(x) \Rightarrow \neg q(x)) \wedge \exists x(p(x) \wedge r(x))] \Rightarrow [\exists x(r(x) \wedge \neg q(x)) \wedge A].$

2. Дати један контрамодел за формулу $\exists x(p(x) \Rightarrow p(f(x))) \Rightarrow \forall x(p(f(x)) \Rightarrow p(x))$.

3. Методом таблоа показати да је формула ваљана:

   $[\forall x(p(x) \vee \exists y q(x,y)) \Rightarrow \exists x(\forall y r(x,y) \wedge s(x))] \Rightarrow [\exists x(\neg p(x) \vee s(x)) \wedge \exists x \forall y(\neg q(x,y) \vee r(x,y))].$

4. Методом резолуције показати да је формула $H \Rightarrow K$ ваљана:

   $H = \forall x \forall y(p(x,y) \Rightarrow \neg q(x,y)) \wedge \exists x p(a,x) \wedge \exists x(q(b,x) \wedge r(b,x)),$
   $K = \exists x \exists y(\neg p(x,y) \wedge r(x,y)) \wedge \exists x \exists y p(x,y).$

Увод у математичку логику 2008/2009, други колоквијум (МНВР смерови) *21. јануар 2009.*

1. Нека је A произвољна ваљана формула. По дефиницији показати да је тада ваљана и формула:

   $[\forall x(p(x) \Rightarrow \neg q(x)) \wedge \exists x(p(x) \wedge r(x))] \Rightarrow [\exists x(r(x) \wedge \neg q(x)) \wedge A].$

2. Дати један контрамодел за формулу $\exists x(p(x) \Rightarrow p(f(x))) \Rightarrow \forall x(p(f(x)) \Rightarrow p(x))$.

3. Методом таблоа показати да је формула ваљана:

   $[\forall x(p(x) \vee \exists y q(x,y)) \Rightarrow \exists x(\forall y r(x,y) \wedge s(x))] \Rightarrow [\exists x(\neg p(x) \vee s(x)) \wedge \exists x \forall y(\neg q(x,y) \vee r(x,y))].$

4. Методом резолуције показати да је формула $H \Rightarrow K$ ваљана:

   $H = \forall x \forall y(p(x,y) \Rightarrow \neg q(x,y)) \wedge \exists x p(a,x) \wedge \exists x(q(b,x) \wedge r(b,x)),$
   $K = \exists x \exists y(\neg p(x,y) \wedge r(x,y)) \wedge \exists x \exists y p(x,y).$

Увод у математичку логику 2008/2009, други колоквијум (Л смер) *21. јануар 2009.*

1. Показати: $\vdash \neg\varphi \Rightarrow (\varphi \Rightarrow \psi)$
2. Нека је A произвољна ваљана формула. По дефиницији показати да је тада ваљана и формула:

   $[\forall x(p(x) \Rightarrow \neg q(x)) \wedge \exists x(p(x) \wedge r(x))] \Rightarrow [\exists x(r(x) \wedge \neg q(x)) \wedge A]$.
3. Дати један контрамодел за формулу $\exists x(p(x) \Rightarrow p(f(x))) \Rightarrow \forall x(p(f(x)) \Rightarrow p(x))$.
4. Методом таблоа показати да је формула ваљана:

   $[\forall x(p(x) \vee \exists y q(x,y)) \Rightarrow \exists x(\forall y r(x,y) \wedge s(x))] \Rightarrow [\exists x(\neg p(x) \vee s(x)) \wedge \exists x \forall y(\neg q(x,y) \vee r(x,y))]$.
5. Методом резолуције показати да је формула $H \Rightarrow K$ ваљана:

   $H = \forall x \forall y(p(x,y) \Rightarrow \neg q(x,y)) \wedge \exists x p(a,x) \wedge \exists x(q(b,x) \wedge r(b,x))$,
   $K = \exists x \exists y(\neg p(x,y) \wedge r(x,y)) \wedge \exists x \exists y p(x,y)$.

Увод у математичку логику 2008/2009, други колоквијум (Л смер) *21. јануар 2009.*

1. Показати: $\vdash \neg\varphi \Rightarrow (\varphi \Rightarrow \psi)$
2. Нека је A произвољна ваљана формула. По дефиницији показати да је тада ваљана и формула:

   $[\forall x(p(x) \Rightarrow \neg q(x)) \wedge \exists x(p(x) \wedge r(x))] \Rightarrow [\exists x(r(x) \wedge \neg q(x)) \wedge A]$.
3. Дати један контрамодел за формулу $\exists x(p(x) \Rightarrow p(f(x))) \Rightarrow \forall x(p(f(x)) \Rightarrow p(x))$.
4. Методом таблоа показати да је формула ваљана:

   $[\forall x(p(x) \vee \exists y q(x,y)) \Rightarrow \exists x(\forall y r(x,y) \wedge s(x))] \Rightarrow [\exists x(\neg p(x) \vee s(x)) \wedge \exists x \forall y(\neg q(x,y) \vee r(x,y))]$.
5. Методом резолуције показати да је формула $H \Rightarrow K$ ваљана:

   $H = \forall x \forall y(p(x,y) \Rightarrow \neg q(x,y)) \wedge \exists x p(a,x) \wedge \exists x(q(b,x) \wedge r(b,x))$,
   $K = \exists x \exists y(\neg p(x,y) \wedge r(x,y)) \wedge \exists x \exists y p(x,y)$.

Увод у математичку логику 2008/2009, други колоквијум (Л смер) *21. јануар 2009.*

1. Показати: $\vdash \neg\varphi \Rightarrow (\varphi \Rightarrow \psi)$
2. Нека је A произвољна ваљана формула. По дефиницији показати да је тада ваљана и формула:

   $[\forall x(p(x) \Rightarrow \neg q(x)) \wedge \exists x(p(x) \wedge r(x))] \Rightarrow [\exists x(r(x) \wedge \neg q(x)) \wedge A]$.
3. Дати један контрамодел за формулу $\exists x(p(x) \Rightarrow p(f(x))) \Rightarrow \forall x(p(f(x)) \Rightarrow p(x))$.
4. Методом таблоа показати да је формула ваљана:

   $[\forall x(p(x) \vee \exists y q(x,y)) \Rightarrow \exists x(\forall y r(x,y) \wedge s(x))] \Rightarrow [\exists x(\neg p(x) \vee s(x)) \wedge \exists x \forall y(\neg q(x,y) \vee r(x,y))]$.
5. Методом резолуције показати да је формула $H \Rightarrow K$ ваљана:

   $H = \forall x \forall y(p(x,y) \Rightarrow \neg q(x,y)) \wedge \exists x p(a,x) \wedge \exists x(q(b,x) \wedge r(b,x))$,
   $K = \exists x \exists y(\neg p(x,y) \wedge r(x,y)) \wedge \exists x \exists y p(x,y)$.

Увод у математичку логику 2008/2009, други колоквијум (Л смер) *21. јануар 2009.*

1. Показати: $\vdash \neg\varphi \Rightarrow (\varphi \Rightarrow \psi)$
2. Нека је A произвољна ваљана формула. По дефиницији показати да је тада ваљана и формула:

   $[\forall x(p(x) \Rightarrow \neg q(x)) \wedge \exists x(p(x) \wedge r(x))] \Rightarrow [\exists x(r(x) \wedge \neg q(x)) \wedge A]$.
3. Дати један контрамодел за формулу $\exists x(p(x) \Rightarrow p(f(x))) \Rightarrow \forall x(p(f(x)) \Rightarrow p(x))$.
4. Методом таблоа показати да је формула ваљана:

   $[\forall x(p(x) \vee \exists y q(x,y)) \Rightarrow \exists x(\forall y r(x,y) \wedge s(x))] \Rightarrow [\exists x(\neg p(x) \vee s(x)) \wedge \exists x \forall y(\neg q(x,y) \vee r(x,y))]$.
5. Методом резолуције показати да је формула $H \Rightarrow K$ ваљана:

   $H = \forall x \forall y(p(x,y) \Rightarrow \neg q(x,y)) \wedge \exists x p(a,x) \wedge \exists x(q(b,x) \wedge r(b,x))$,
   $K = \exists x \exists y(\neg p(x,y) \wedge r(x,y)) \wedge \exists x \exists y p(x,y)$.