Увод у математичку логику, I и II ток, Јануар 2011. *2. фебруар 2011.*

1. Нека је $f : X \longrightarrow Y$. Доказати да је f "1-1" ако и само ако за све једночлане скупове $A \subseteq X$ важи $f^{-1}[f[A]] = A$.
2. Доказати да у Буловој алгебри важи: $x \vee y \leq y \wedge z$ ако и само ако $x \leq y \leq z$.
3. Доказати да у Хилбертовом исказном рачуну важи: $A \wedge (B \wedge C) \vdash B$.
4. Наћи све нееквивалентене исказне формуле A тако да је $(p \Leftrightarrow A) \Rightarrow (A \Leftrightarrow q)$ таутологија.
5. Дат је језик првог реда $\mathcal{L}$: $\mathrm{Fun}\,\mathcal{L} = \{f\}$, $\mathrm{Rel}\,\mathcal{L} = \{p, q\}$, $\mathrm{ar}(f) = \mathrm{ar}(q) = 1$, $\mathrm{ar}(p) = 2$.
   Дат је модел $\mathbb{M} = (\mathsf{N}, I^{\mathcal{L}})$ језика $\mathcal{L}$: $f^{\mathbb{M}}(m) = (m+2)^2$, $p^{\mathbb{M}}(m,n) = 1$ акко $m + n \leq 3$, $q^{\mathbb{M}}(m) = 1$ акко $m > 3$.
   а) Наћи једну валуацију u у којој је формула тачна: $\forall x\, q(f(x)) \wedge \exists y\, p(x, y)$.
   б) Наћи једну валуацију v у којој је формула нетачна: $p(x, x) \Rightarrow \exists x\, p(x, f(y))$.
   в) Доказати: $\mathbb{M} \vDash \forall x\, q(f(x)) \Rightarrow \forall x\, \forall y\, \neg p(x, f(y))$.
6. Методом таблоа доказати да је формула ваљана: $\exists x\, (p(x) \Rightarrow q(x)) \Rightarrow \big(\forall x\, \forall y\, (q(x) \Rightarrow r(y)) \Rightarrow (\forall x\, p(x) \Rightarrow r(a))\big)$.

. . . .

T1. Теорема потпуности за исказни рачун: исказ, доказ и последице.

T2. Стонова теорема о репрезентацији Булових алгебри.

Увод у математичку логику, I и II ток, Јануар 2011. *2. фебруар 2011.*

1. Нека је $f : X \longrightarrow Y$. Доказати да је f "1-1" ако и само ако за све једночлане скупове $A \subseteq X$ важи $f^{-1}[f[A]] = A$.
2. Доказати да у Буловој алгебри важи: $x \vee y \leq y \wedge z$ ако и само ако $x \leq y \leq z$.
3. Доказати да у Хилбертовом исказном рачуну важи: $A \wedge (B \wedge C) \vdash B$.
4. Наћи све нееквивалентене исказне формуле A тако да је $(p \Leftrightarrow A) \Rightarrow (A \Leftrightarrow q)$ таутологија.
5. Дат је језик првог реда $\mathcal{L}$: $\mathrm{Fun}\,\mathcal{L} = \{f\}$, $\mathrm{Rel}\,\mathcal{L} = \{p, q\}$, $\mathrm{ar}(f) = \mathrm{ar}(q) = 1$, $\mathrm{ar}(p) = 2$.
   Дат је модел $\mathbb{M} = (\mathsf{N}, I^{\mathcal{L}})$ језика $\mathcal{L}$: $f^{\mathbb{M}}(m) = (m+2)^2$, $p^{\mathbb{M}}(m,n) = 1$ акко $m + n \leq 3$, $q^{\mathbb{M}}(m) = 1$ акко $m > 3$.
   а) Наћи једну валуацију u у којој је формула тачна: $\forall x\, q(f(x)) \wedge \exists y\, p(x, y)$.
   б) Наћи једну валуацију v у којој је формула нетачна: $p(x, x) \Rightarrow \exists x\, p(x, f(y))$.
   в) Доказати: $\mathbb{M} \vDash \forall x\, q(f(x)) \Rightarrow \forall x\, \forall y\, \neg p(x, f(y))$.
6. Методом таблоа доказати да је формула ваљана: $\exists x\, (p(x) \Rightarrow q(x)) \Rightarrow \big(\forall x\, \forall y\, (q(x) \Rightarrow r(y)) \Rightarrow (\forall x\, p(x) \Rightarrow r(a))\big)$.

. . . .

T1. Теорема потпуности за исказни рачун: исказ, доказ и последице.

T2. Стонова теорема о репрезентацији Булових алгебри.