Увод у математичку логику, јануар 2009. *29. јануар 2009.*

1. Нека су A, B, C произвољни скупови. Испитати да ли важи: $A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$.
2. Испитати које од следећих релација су релације еквиваленције и за оне које јесу наћи одговарајући количнички скуп:

   (а) Ако је скуп $A = \{2k | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{3k | k \in \mathbb{Z}\}$, онда је релација $\rho \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, дефинисана са $x \rho y$ акко $x - y \in A$

   (б) Ако је скуп $B = \{5k | k \in \mathbb{Z}\}$, онда је релација $\theta \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ дефинисана са $x \theta y$ акко $x^2 - y^2 \in B$.
3. Низови исказних формула A_n и B_n дати су са: $A_0 = p$, $A_1 = q$, $A_{n+2} = \neg(A_n \Rightarrow \neg A_{n+1})$, $B_0 = p$, $B_{n+1} = A_{n+2} \Rightarrow B_n$. Испитати који чланови низа A_n и B_n су таутологије.
4. Наћи један контрамодел за формулу $\forall x \exists y ((p(f(x,c),y) \wedge p(x,y)) \Rightarrow p(c,y))$.
5. Методом таблоа доказати да је формула $(H \wedge K \wedge L) \Rightarrow S$ ваљана, где је

   $H = \forall x \exists y (p(x) \Rightarrow (r(x, f(y)) \vee q(f(f(y)))))$, $\quad K = p(g(a))$, $\quad L = \forall y \neg q(f(y))$, $\quad S = \exists x \exists y r(g(x), y)$.
6. Методом резолуције доказати да је следећа формула ваљана:

   $\forall x \exists y (A(x,y) \Rightarrow B(y)) \Rightarrow (\forall x (B(x) \Rightarrow C(x)) \Rightarrow (\exists x \forall y A(x,y) \Rightarrow \exists x C(x)))$.

Увод у математичку логику, јануар 2009. *29. јануар 2009.*

1. Нека су A, B, C произвољни скупови. Испитати да ли важи: $A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$.
2. Испитати које од следећих релација су релације еквиваленције и за оне које јесу наћи одговарајући количнички скуп:

   (а) Ако је скуп $A = \{2k | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{3k | k \in \mathbb{Z}\}$, онда је релација $\rho \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, дефинисана са $x \rho y$ акко $x - y \in A$

   (б) Ако је скуп $B = \{5k | k \in \mathbb{Z}\}$, онда је релација $\theta \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ дефинисана са $x \theta y$ акко $x^2 - y^2 \in B$.
3. Низови исказних формула A_n и B_n дати су са: $A_0 = p$, $A_1 = q$, $A_{n+2} = \neg(A_n \Rightarrow \neg A_{n+1})$, $B_0 = p$, $B_{n+1} = A_{n+2} \Rightarrow B_n$. Испитати који чланови низа A_n и B_n су таутологије.
4. Наћи један контрамодел за формулу $\forall x \exists y ((p(f(x,c),y) \wedge p(x,y)) \Rightarrow p(c,y))$.
5. Методом таблоа доказати да је формула $(H \wedge K \wedge L) \Rightarrow S$ ваљана, где је

   $H = \forall x \exists y (p(x) \Rightarrow (r(x, f(y)) \vee q(f(f(y)))))$, $\quad K = p(g(a))$, $\quad L = \forall y \neg q(f(y))$, $\quad S = \exists x \exists y r(g(x), y)$.
6. Методом резолуције доказати да је следећа формула ваљана:

   $\forall x \exists y (A(x,y) \Rightarrow B(y)) \Rightarrow (\forall x (B(x) \Rightarrow C(x)) \Rightarrow (\exists x \forall y A(x,y) \Rightarrow \exists x C(x)))$.

Увод у математичку логику, јануар 2009. *29. јануар 2009.*

1. Нека су A, B, C произвољни скупови. Испитати да ли важи: $A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$.
2. Испитати које од следећих релација су релације еквиваленције и за оне које јесу наћи одговарајући количнички скуп:

   (а) Ако је скуп $A = \{2k | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{3k | k \in \mathbb{Z}\}$, онда је релација $\rho \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, дефинисана са $x \rho y$ акко $x - y \in A$

   (б) Ако је скуп $B = \{5k | k \in \mathbb{Z}\}$, онда је релација $\theta \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ дефинисана са $x \theta y$ акко $x^2 - y^2 \in B$.
3. Низови исказних формула A_n и B_n дати су са: $A_0 = p$, $A_1 = q$, $A_{n+2} = \neg(A_n \Rightarrow \neg A_{n+1})$, $B_0 = p$, $B_{n+1} = A_{n+2} \Rightarrow B_n$. Испитати који чланови низа A_n и B_n су таутологије.
4. Наћи један контрамодел за формулу $\forall x \exists y ((p(f(x,c),y) \wedge p(x,y)) \Rightarrow p(c,y))$.
5. Методом таблоа доказати да је формула $(H \wedge K \wedge L) \Rightarrow S$ ваљана, где је

   $H = \forall x \exists y (p(x) \Rightarrow (r(x, f(y)) \vee q(f(f(y)))))$, $\quad K = p(g(a))$, $\quad L = \forall y \neg q(f(y))$, $\quad S = \exists x \exists y r(g(x), y)$.
6. Методом резолуције доказати да је следећа формула ваљана:

   $\forall x \exists y (A(x,y) \Rightarrow B(y)) \Rightarrow (\forall x (B(x) \Rightarrow C(x)) \Rightarrow (\exists x \forall y A(x,y) \Rightarrow \exists x C(x)))$.