Увод у математичку логику, Октобар 2010. *23. септембар 2010.*

1. Нека су $f, g : X \longrightarrow Y$ функције. Доказати да ако за све $A \subseteq X$ и $B \subseteq Y$ важи једнакост $f[A \cup g^{-1}[B]] = f[A] \cup B$ тада $f = g$.
2. Доказати да у свакој Буловој алгебри важи: $x \leq y \leq x'$ за неко y ако и само ако $x = 0$.
3. Доказати да у исказном рачуну важи: $A \Rightarrow \neg A \vdash B \Rightarrow \neg A$.
4. Доказати да је следећа формула ваљана:

$$\Big(\big(\exists x\, p(a,x) \lor \forall x\, q(x,a)\big) \land \Big(\big(\exists x \exists y\, p(x,y) \Rightarrow \exists x\, q(x,x)\big) \land \big(\forall x \exists y\, q(x,y) \Rightarrow \forall x\, p(x,x)\big)\Big)\Big) \Rightarrow \exists x\, \big(p(x,x) \lor q(x,x)\big).$$

5. На скупу $\{\alpha, \beta, \gamma\}$ конструисати контрамодел за следећу формулу: $\exists x\, p(x,c) \Rightarrow \exists x\, p(f(x), y)$.

Увод у математичку логику, Октобар 2010. *23. септембар 2010.*

1. Нека су $f, g : X \longrightarrow Y$ функције. Доказати да ако за све $A \subseteq X$ и $B \subseteq Y$ важи једнакост $f[A \cup g^{-1}[B]] = f[A] \cup B$ тада $f = g$.
2. Доказати да у свакој Буловој алгебри важи: $x \leq y \leq x'$ за неко y ако и само ако $x = 0$.
3. Доказати да у исказном рачуну важи: $A \Rightarrow \neg A \vdash B \Rightarrow \neg A$.
4. Доказати да је следећа формула ваљана:

$$\Big(\big(\exists x\, p(a,x) \lor \forall x\, q(x,a)\big) \land \Big(\big(\exists x \exists y\, p(x,y) \Rightarrow \exists x\, q(x,x)\big) \land \big(\forall x \exists y\, q(x,y) \Rightarrow \forall x\, p(x,x)\big)\Big)\Big) \Rightarrow \exists x\, \big(p(x,x) \lor q(x,x)\big).$$

5. На скупу $\{\alpha, \beta, \gamma\}$ конструисати контрамодел за следећу формулу: $\exists x\, p(x,c) \Rightarrow \exists x\, p(f(x), y)$.

Увод у математичку логику, Октобар 2010. *23. септембар 2010.*

1. Нека су $f, g : X \longrightarrow Y$ функције. Доказати да ако за све $A \subseteq X$ и $B \subseteq Y$ важи једнакост $f[A \cup g^{-1}[B]] = f[A] \cup B$ тада $f = g$.
2. Доказати да у свакој Буловој алгебри важи: $x \leq y \leq x'$ за неко y ако и само ако $x = 0$.
3. Доказати да у исказном рачуну важи: $A \Rightarrow \neg A \vdash B \Rightarrow \neg A$.
4. Доказати да је следећа формула ваљана:

$$\Big(\big(\exists x\, p(a,x) \lor \forall x\, q(x,a)\big) \land \Big(\big(\exists x \exists y\, p(x,y) \Rightarrow \exists x\, q(x,x)\big) \land \big(\forall x \exists y\, q(x,y) \Rightarrow \forall x\, p(x,x)\big)\Big)\Big) \Rightarrow \exists x\, \big(p(x,x) \lor q(x,x)\big).$$

5. На скупу $\{\alpha, \beta, \gamma\}$ конструисати контрамодел за следећу формулу: $\exists x\, p(x,c) \Rightarrow \exists x\, p(f(x), y)$.

Увод у математичку логику, Октобар 2010. *23. септембар 2010.*

1. Нека су $f, g : X \longrightarrow Y$ функције. Доказати да ако за све $A \subseteq X$ и $B \subseteq Y$ важи једнакост $f[A \cup g^{-1}[B]] = f[A] \cup B$ тада $f = g$.
2. Доказати да у свакој Буловој алгебри важи: $x \leq y \leq x'$ за неко y ако и само ако $x = 0$.
3. Доказати да у исказном рачуну важи: $A \Rightarrow \neg A \vdash B \Rightarrow \neg A$.
4. Доказати да је следећа формула ваљана:

$$\Big(\big(\exists x\, p(a,x) \lor \forall x\, q(x,a)\big) \land \Big(\big(\exists x \exists y\, p(x,y) \Rightarrow \exists x\, q(x,x)\big) \land \big(\forall x \exists y\, q(x,y) \Rightarrow \forall x\, p(x,x)\big)\Big)\Big) \Rightarrow \exists x\, \big(p(x,x) \lor q(x,x)\big).$$

5. На скупу $\{\alpha, \beta, \gamma\}$ конструисати контрамодел за следећу формулу: $\exists x\, p(x,c) \Rightarrow \exists x\, p(f(x), y)$.