Увод у математичку логику, ток, Октобар 2011. *18. септмбар 2011.*

1. Нека су A,B и C произвољни скупови. Доказати да је $A \cap (B \triangle C) = B$ акко је $A \cap C = \emptyset$ и $B \subseteq A$.
2. Испитати да ли је релација ρ дефинисана са $x\rho y$ акко $(x^2 - y^2)(x^2y^2 - 1) = 0$ једна релација еквиваленције на скупу реалних бројева. Ако јесте одредити класе еквиваленције елемената $0, 1$ и 2.
3. Доказати да у Буловој алгебри важи: $x \vee y' = 1$ ако и само ако $x \vee y = x$.
4. Наћи све нееквивалентне исказне формуле A, (у којима учествују искључиво слова p и q) тако да је формула

$$(p \vee (q \wedge A)) \Rightarrow ((\neg p \wedge q) \Leftrightarrow A)$$

таутологија.

5. Нека је дата формула

$$\varphi = \forall y p(a, y) \vee \forall x \forall y (p(x, y) \Rightarrow \forall z p(h(x, z), p(y, z))$$

а) Дат је модел $\mathbb{M} = (\mathbb{Z}, I^{\mathcal{L}})$ језика $\mathcal{L}$ формуле φ : $a^{\mathbb{M}} = 0$, $p^{\mathbb{M}} = " \leq "$ и $h^{\mathbb{M}}(x, y) = x \cdot y$. Доказати да $\mathbb{M} \not\models \varphi$.

б) Наћи један модел за формулу φ.

6. Методом таблоа доказати да је формула:

$$\forall x \exists y (A(x, y) \Rightarrow B(y)) \Rightarrow (\forall x (B(x) \Rightarrow C(x)) \Rightarrow (\exists x \forall y A(x, y) \Rightarrow \exists x C(x)))$$

ваљана.

Увод у математичку логику, ток, Октобар 2011. *18. септмбар 2011.*

1. Нека су A,B и C произвољни скупови. Доказати да је $A \cap (B \triangle C) = B$ акко је $A \cap C = \emptyset$ и $B \subseteq A$.
2. Испитати да ли је релација ρ дефинисана са $x\rho y$ акко $(x^2 - y^2)(x^2y^2 - 1) = 0$ једна релација еквиваленције на скупу реалних бројева. Ако јесте одредити класе еквиваленције елемената $0, 1$ и 2.
3. Доказати да у Буловој алгебри важи: $x \vee y' = 1$ ако и само ако $x \vee y = x$.
4. Наћи све нееквивалентне исказне формуле A, (у којима учествују искључиво слова p и q) тако да је формула

$$(p \vee (q \wedge A)) \Rightarrow ((\neg p \wedge q) \Leftrightarrow A)$$

таутологија.

5. Нека је дата формула

$$\varphi = \forall y p(a, y) \vee \forall x \forall y (p(x, y) \Rightarrow \forall z p(h(x, z), p(y, z))$$

а) Дат је модел $\mathbb{M} = (\mathbb{Z}, I^{\mathcal{L}})$ језика $\mathcal{L}$ формуле φ : $a^{\mathbb{M}} = 0$, $p^{\mathbb{M}} = " \leq "$ и $h^{\mathbb{M}}(x, y) = x \cdot y$. Доказати да $\mathbb{M} \not\models \varphi$.

б) Наћи један модел за формулу φ.

6. Методом таблоа доказати да је формула:

$$\forall x \exists y (A(x, y) \Rightarrow B(y)) \Rightarrow (\forall x (B(x) \Rightarrow C(x)) \Rightarrow (\exists x \forall y A(x, y) \Rightarrow \exists x C(x)))$$

ваљана.