Заснивање математике, Други колоквијум

30. мај 2013.

Поправак првог дела:

1. У Лукашиевичевом рачуну доказати: $A \vee B,\ B \Rightarrow \neg C \vdash C \Rightarrow A$.
2. Наћи четворочлани модел за формулу: $\exists x[p(x) \wedge \forall y(p(y) \Rightarrow x = y)]$.
3. Нека је $\mathcal{L}$ језик првог реда и T теорија језика $\mathcal{L}$. Претпоставимо да за свако $n \in \mathbb{N}$ постоји модел $\mathbb{M} \vDash T$ такав да $|\mathbb{M}| \geq n$. Доказати да постоји бесконачан модел теорије T.

Други део:

4. Нацртати линеарна уређења чији су типови уређења следећи ординали: (а) $2 \cdot (\omega + 1)$; (б) $(\omega + 1) \cdot 2$; (в) $\omega \cdot (\omega + 1)$; (г) $(\omega + 1) \cdot \omega$.
5. Наћи све парове ординала (α, β) такве да је $\alpha + \beta = \omega \cdot 2 + 1 + 3 \cdot \omega + 2$.
6. Нека су κ и μ произвољни кардинали. Доказати да је $(\kappa + \mu)^2 = \kappa^2 + 2\kappa\mu + \mu^2$.
7. Наћи све парове кардинала (κ, μ) такве да је $\kappa \cdot \mu = 2^\kappa + \aleph_0$.

Теорија:

8. Геделова теорема потпуности и еквиваленти.
9. Ако је κ јако недостижив кардинал, доказати да је $V_\kappa \vDash \mathrm{ZF}$.

Заснивање математике, Други колоквијум

30. мај 2013.

Поправак првог дела:

1. У Лукашиевичевом рачуну доказати: $A \vee B,\ B \Rightarrow \neg C \vdash C \Rightarrow A$.
2. Наћи четворочлани модел за формулу: $\exists x[p(x) \wedge \forall y(p(y) \Rightarrow x = y)]$.
3. Нека је $\mathcal{L}$ језик првог реда и T теорија језика $\mathcal{L}$. Претпоставимо да за свако $n \in \mathbb{N}$ постоји модел $\mathbb{M} \vDash T$ такав да $|\mathbb{M}| \geq n$. Доказати да постоји бесконачан модел теорије T.

Други део:

4. Нацртати линеарна уређења чији су типови уређења следећи ординали: (а) $2 \cdot (\omega + 1)$; (б) $(\omega + 1) \cdot 2$; (в) $\omega \cdot (\omega + 1)$; (г) $(\omega + 1) \cdot \omega$.
5. Наћи све парове ординала (α, β) такве да је $\alpha + \beta = \omega \cdot 2 + 1 + 3 \cdot \omega + 2$.
6. Нека су κ и μ произвољни кардинали. Доказати да је $(\kappa + \mu)^2 = \kappa^2 + 2\kappa\mu + \mu^2$.
7. Наћи све парове кардинала (κ, μ) такве да је $\kappa \cdot \mu = 2^\kappa + \aleph_0$.

Теорија:

8. Геделова теорема потпуности и еквиваленти.
9. Ако је κ јако недостижив кардинал, доказати да је $V_\kappa \vDash \mathrm{ZF}$.